

## 2024 秋季初一数学每日一题打卡 015

015 试题来源:2023 秋淮阴区校级月考试题

小明是一个聪明而又富有想象力的孩子. 学习了“有理数的乘方”后,他就琢磨着使用“乘方”这一数学知识脑洞大开地定义出“有理数的除方”概念.

于是规定:若干个相同有理数(均不能为0)的除法运算叫做除方,如  $5 \div 5 \div 5$ ,  $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$  等,类比有理数的乘方. 小明把  $5 \div 5 \div 5$  记作  $f(3, 5)$ ,  $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$  记作  $f(4, -2)$ .

(1) 直接写出计算结果,  $f(3, \frac{1}{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $f(4, 3) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 关于“有理数的除方”下列说法正确的是\_\_\_\_\_. (填序号)

① 对于任何正整数  $n$ , 都有  $f(n, -1) = 1$ ;

②  $f(6, 3) = f(3, 6)$ ;

③  $f(2, a) = 1 (a \neq 0)$ ;

④ 对于任何正整数  $n$ , 都有  $f(2n, a) < 0 (a < 0)$ .

(3) 小明深入思考后发现:“除方”运算能够转化成乘方运算,且结果可以写成幂的形式,请推导出“除方”的运算公式  $f(n, a)$  ( $n$  为正整数,  $a \neq 0$ ,  $n \geq 2$ ), 要求写出推导过程将结果写成幂的形式; (结果用含  $a, n$  的式子表示)

(4) 请利用 (3) 问的推导公式计算:  $f(5, \frac{1}{3}) \times f(4, 3) \times f(5, -2) \times f(6, \frac{1}{2})$ .

## 试题解析

小明是一个聪明而又富有想象力的孩子. 学习了“有理数的乘方”后, 他就琢磨着使用“乘方”这一数学知识脑洞大开地定义出“有理数的除方”概念. 于是规定: 若干个相同有理数 (均不能为 0) 的除法运算叫做除方, 如  $5 \div 5 \div 5$ ,  $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$  等, 类比有理数的乘方. 小明把  $5 \div 5 \div 5$  记作  $f(3, 5)$ ,  $(-2) \div (-2) \div (-2) \div (-2)$  记作  $f(4, -2)$ .

(1) 直接写出计算结果,  $f(3, \frac{1}{2}) = \underline{2}$ ,  $f(4, 3) = \underline{\frac{1}{9}}$ ;

解: (1)  $f(3, \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 2$ ,  $f(4, 3) = 3 \div 3 \div 3 \div 3 = \frac{1}{9}$ ;

(2) 关于“有理数的除方”下列说法正确的是 ③. (填序号)

① 对于任何正整数  $n$ , 都有  $f(n, -1) = 1$ ;

②  $f(6, 3) = f(3, 6)$ ;

③  $f(2, a) = 1 (a \neq 0)$ ;

④ 对于任何正整数  $n$ , 都有  $f(2n, a) < 0 (a < 0)$ .

(2) ① 对于任何正整数  $n$ , 都有  $f(n, -1) = 1$ ,  $n$  为奇数时,  $f(n, -1) = -1$ , ① 错误;

② ① 要考虑  $n$  为奇数和偶数的两种情况; ② 分别计算  $f(6, 3)$  和  $f(3, 6)$  的结果进行比较即可; ③ 正确 ④  $2n$  为偶数, 偶数个  $a$  相除, 结果应为正;

(2) ②  $\because f(6, 3) = 3 \div 3 \div 3 \div 3 \div 3 \div 3 = \frac{1}{81}$ ,  $f(3, 6) = 6 \div 6 \div 6 = \frac{1}{6}$ ,

$\therefore f(6, 3) \neq f(3, 6)$ , ② 错误;

③  $f(2, a) = a \div a = 1 (a \neq 0)$ , ③ 正确;

④ 对于任何正整数  $n$ , 都有  $f(2n, a) > 0$ , 而不是  $f(2n, a) < 0 (a < 0)$ , ④ 错误; 故答案为: ③.

(3) 小明深入思考后发现: “除方”运算能够转化成乘方运算, 且结果可以写成幂的形式, 请推导出“除方”的运算公式  $f(n, a)$  ( $n$  为正整数,  $a \neq 0$ ,  $n \geq 2$ ), 要求写出推导过程将结果写成幂的形式; (结果用含  $a, n$  的式子表示)

(3) 公式  $f(n, a) = a \div a \div a \div a \div \cdots \div a \div a = 1 \div (a^{n-2}) = (\frac{1}{a})^{n-2} (n \text{ 为正整数}, a \neq 0, n \geq 2)$ .

(4) 请利用 (3) 问的推导公式计算:  $f(5, \frac{1}{3}) \times f(4, 3) \times f(5, -2) \times f(6, \frac{1}{2})$ .

(4)  $f(5, \frac{1}{3}) \times f(4, 3) \times f(5, -2) \times f(6, \frac{1}{2})$

$= 3^3 \times (\frac{1}{3})^2 \times (-\frac{1}{2})^3 \times 2^4$

$= 27 \times \frac{1}{9} \times (-\frac{1}{8}) \times 16$

$= -6$ .